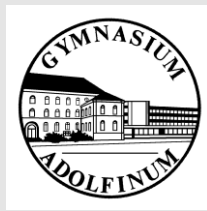




Schulinternes Curriculum für das Fach:

Mathematik

**Schulinternes Curriculum der  
Sekundarstufe I für das Fach Mathematik  
am Gymnasium Adolfinum in Moers**



# Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Das Gymnasium Adolfinum ist eines von vier Gymnasien in der Stadt Moers. Als MINT-EC-Schule hat das Gymnasium Adolfinum eine besondere Ausrichtung auf Mathematik und die Naturwissenschaften. Dies äußert sich für das Fach Mathematik unter anderem durch das besonders ausgeprägte Wettbewerbsangebot. Das Wettbewerbskonzept der Fachkonferenz Mathematik verfolgt das Ziel, möglichst viele Schülerinnen und Schüler an Wettbewerbe heranzuführen. In diesem Sinne nehmen jährlich zwischen 500 und 600 Schülerinnen und Schüler am internationalen Känguru-Wettbewerb teil. Wegen der begrenzten Teilnehmerzahl in der zweiten Runde, entscheidet ggf. eine zusätzliche schulinterne Ausscheidungsrunde über die Entsendung der Teilnehmer der zweiten Runde. Auf der Basis dieser breit angelegten Wettbewerbe ermutigen die Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer gezielt einige Schülerinnen und Schüler für eine Teilnahme am hochwertigeren Wettbewerb Pangea oder in der Oberstufe auch am Bundeswettbewerb Mathematik.

Das Schulprogramm des Gymnasium Adolfinum weist drei Eingangsprofile (Latein-plus, Freiarbeit und Englisch) aus, in die der Mathematikunterricht angemessen einfügt. In Freiarbeitsklassen wählen die Schülerinnen und Schüler in einigen Wochenstunden selbst aus, an welchen Materialien welchen Faches sie arbeiten möchten. Zu diesem Zweck wurden durch die Fachkonferenz zahlreiche Freiarbeitsmaterialien erstellt, damit die Phasen dieses freien Lernens inhaltlich schlüssig auf den Fachunterricht aufbauen. Die Bereitstellung der Materialien wird durch die Fachlehrkraft der entsprechenden Klasse inhaltlich angemessen organisiert.

Im Sinne der Präambel des Schulprogramms, woraus unter 1.3 hervorgeht, dass Selbstständigkeit und Verantwortung, Solidarität und Hilfsbereitschaft, Empathie und Achtung voneinander im täglichen Umgang gelebt werden müssen, organisieren die Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer für jüngere Schülerinnen und Schüler durch gezielte Ansprache z.B. in den Leistungskursen der Oberstufe Nachhilfe durch ältere Schülerinnen und Schüler.

## Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können. Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene. Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich. Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die

übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ empfehlenden Charakter.



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 5

Stand September 2011 Seite 1 von 5

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
2 Wochen	<p><b>Stochastik I:</b></p> <p>Darstellen: Die Schüler stellen Häufigkeitstabellen zusammen und veranschaulichen sie in Diagrammen</p>	<p><b>Lambacher Schweizer 5 Kapitel I, 1</b></p> <p>Zählen und Darstellen (ausgewählte Aufgaben)</p>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren:</b></p> <p>Die Schüler geben Informationen aus einfachen mathematischen Darstellungen mit eigenen Worten wieder.</p>	1. Klassenarbeit
4 Wochen	<p><b>Arithmetik I:</b></p> <p>Darstellen: Die Schüler stellen natürliche Zahlen auf verschiedene Weise dar (Zahlengerade, Ziffern, Stellenwert, Wortform). Die Schüler stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar.</p> <p>Ordnen: Sie ordnen, vergleichen und runden natürliche Zahlen.</p> <p>Operieren: Sie führen Grundrechenarten aus (Kopfrechnen mit natürlichen Zahlen)</p>	<p><b>Kapitel I, 2-6 und Kapitel III, 8</b></p> <p>Große Zahlen, Rechnen mit natürlichen Zahlen, Längen messen und schätzen, mit Größen rechnen, Größen mit Komma, Bruchteile von Größen</p> <p>Schwerpunkt: - anwendungsbezogene Aufgaben - Übungen zum Kopfrechnen - Übungen zum Umwandeln von Längeneinheiten</p> <p>→ Im Buch wird „Ordnen“ und „Vergleichen“ von natürlichen Zahlen nicht behandelt, im Arbeitsheft ist jedoch Zusatzmaterial vorhanden</p>	<p><b>Werkzeuge:</b></p> <p>Nutzen Lineal, Maßband, Zollstock, Stoppuhr, Wage u.ä. für Messungen</p>	
1 Woche		<p><b>Kapitel III</b></p> <p>Erkundungen 1 und/oder 2 1: Vom Linienbrett zur ersten Rechenmaschine 2: Fermi-Fragen</p>	<p><b>Problemlösen und Argumentieren/Kommunizieren:</b></p> <p>Kommunizieren: Die S. arbeiten bei der Lösung von Problemen im Team. Sie sprechen über eigene und vorgegebene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen und finden, erklären und korrigieren Fehler.</p> <p>Präsentieren: Sie präsentieren Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 5

Stand September 2011 Seite 2 von 5

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<b>5 Wochen</b>	<p><b>Arithmetik II</b></p> <p>Darstellen Die S. lernen die Reihenfolge der Rechenschritte beim Berechnen von Termen (z.B. mit Hilfe von Rechenbäumen)</p> <p>Operieren Sie führen die Grundrechenarten in <b>N</b> schriftlich aus und nutzen Überschlagsrechnungen.</p> <p>Anwenden Sie wenden Rechengesetze an und nutzen daraus resultierende Rechenvorteile sowie Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle</p>	<p><b>Kapitel III, 1 – 5</b></p> <p>Rechenausdrücke, Rechengesetze und Rechenvorteile I und II Schriftliches Addieren, Subtrahieren</p>	<p><b>Modellieren</b></p> <p>Die S. formulieren Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneter Fachsprache. Sie übersetzen Situationen aus Anwendungsaufgaben in mathematische Modelle (Terme, Diagramme). Sie überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation.</p>	2. Klassenarbeit
<b>3 Wochen</b>	<p><b>Geometrie I</b></p> <p>Erfassen Die S. verwenden Grundbegriffe zur Beschreibung ebener Figuren und benennen und erkennen Grundfiguren: Punkt, Gerade, Strecke, Abstand, Radius, parallel, senkrecht, achsensymmetrisch, (punktsymmetrisch,) Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Dreieck, Kreis</p> <p>Konstruieren Sie fertigen Zeichnungen und Muster dazu an, sie konstruieren achsensymmetrische Figuren und sie verwenden Koordinatensysteme (1. Quadrant)</p>	<p><b>Kapitel II, 1 – 4 (evtl. 5)</b></p> <p>Achsensymmetrische Figuren Orthogonale und parallele Geraden Ebene Figuren Koordinatensysteme (Punktsymmetrische Figuren)</p>	<p><b>Werkzeuge</b></p> <p>Die S. nutzen Lineal, Geodreieck, Zirkel zum genauen Messen und sorgfältigen Zeichnen.</p> <p>Evtl.: Die S. erlernen erste Schritte mit einer Geometriesoftware, z.B. zur Konstruktion von Rechtecken u. Parallelogrammen, zur Achsenspiegelung</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 5

Stand September 2011 Seite 3 von 5

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
2 Wochen	<p><b>Arithmetik III</b></p> <p>Operieren Sie führen schriftliche Verfahren mit natürlichen Zahlen aus</p> <p>Anwenden Sie nutzen Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle</p>	<p><b>Kapitel III, 6,7,9</b></p> <p>Schriftliches Multiplizieren und Dividieren von natürlichen Zahlen, Anwenden der Grundrechenarten in Sachzusammenhängen</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p>Sie finden Näherungswerte durch Schätzen, überschlagen und Vergleichen.</p>	3. Klassenarbeit
5 Wochen	<p><b>Geometrie II /Arithmetik IV</b></p> <p>Messen Sie schätzen, bestimmen und vergleichen Flächeninhalte</p> <p>Darstellen Die S. stellen Flächeninhalte in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar.</p> <p>Operieren Sie wandeln Flächeninhalte in geeignete Einheiten um</p> <p>Messen Sie schätzen, untersuchen und berechnen Umfänge und Flächeninhalte von Rechtecken, Parallelogrammen und Dreiecken.</p> <p>Anwenden Sie wenden arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen an.</p>	<p><b>Kapitel IV, 1-6</b></p> <p>Welche Figur ist größer, Flächeneinheiten, Flächeninhalt eines Rechtecks, Flächeninhalte veranschaulichen, Flächeninhalt von Parallelogramm und Dreieck, Umfang eines Vierecks</p>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p>Sie beschreiben Beobachtungen und stellen Plausibilitätsbetrachtungen an.</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p>Sie geben innermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder und entnehmen relevante Größen aus ihnen.</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p>Die S. übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle, bearbeiten sie und überprüfen die gewonnenen Lösungen an der Realsituation.</p>	4. Klassenarbeit



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 5

Stand September 2011 Seite 4 von 5

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<b>2 Wochen</b>	<p><b>Geometrie III</b></p> <p>Erfassen Die S. benennen, charakterisieren und identifizieren in der Umgebung Würfel, Quader, Kegel, Pyramiden, Prisma, Zylinder.</p> <p>Konstruieren Sie zeichnen Schrägbilder (und stellen evtl. Körper her).</p>	<p><b>Kapitel V, 1 – 3</b></p> <p>Körper (und Netze) Quader Schrägbilder Evtl. Lernzirkel: Geometrische Körper und ihre Eigenschaften (Serviceband S. 50 – 61)</p>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p>Die S. stellen mathematische Sachverhalten mit eigenen Worten dar. Sie sprechen bei der Lösung von Problemen im Team über Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen.</p> <p><b>Werkzeuge</b> Die S. verwenden Lineal und Geodreieck zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren.</p>	
<b>6 Wochen</b>	<p><b>Arithmetik V</b></p> <p>Darstellen Die S. stellen Rauminhalte in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar.</p> <p>Anwenden Sie wenden arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen an, um Volumina und Oberflächeninhalte zusammengesetzter Quader zu berechnen.</p>	<p><b>Kapitel V, 4 - 5</b></p> <p>Messen von Rauminhalten Rauminhalte von Quadern</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p>Die S. entnehmen inner- und außermathematischen Problemstellungen die relevanten Größen.</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p>Sie übersetzen Situationen aus Anwendungsaufgaben in mathematische Modelle (Terme, Diagramme). Sie überprüfen die im mathematischen Modell gewonnene Lösungen an der Realsituation.</p>	5. Klassenarbeit
<b>8 Wochen</b>	<p><b>Arithmetik VI</b></p> <p>Darstellen Die S. stellen ganze Zahlen in Sachzusammenhängen dar</p> <p>Ordnen Sie ordnen und vergleichen ganze Zahlen.</p>	<p><b>Kapitel VI, 1 – 6</b></p> <p>Negative Zahlen, ihre Anordnung, Zu—und Abnahme, Addition und Subtraktion ganzer Zahlen, Multiplikation und Division ganzer Zahlen, Verbinden von Addition und Subtraktion</p> <p>Außerdem ausgewählte Wiederholungen zur Vorbereitung auf die Vergleichsarbeit. Insbesondere wird Zusatzmaterial für Anwendungsaufgaben benötigt.</p>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p>Die S. geben Informationen aus Text, Bild und Tabelle mit eigenen Worten wieder.</p>	





# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 5

Stand September 2011 Seite 5 von 5

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p>Operieren Sie addieren und subtrahieren, multiplizieren und dividieren ganze Zahlen.</p> <p>Anwenden Die S. wenden arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen an und nutzen Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle, insbesondere in komplexeren Anwendungsaufgaben</p>		<p>Die S. geben Informationen aus Text, Bild und Tabelle mit eigenen Worten wieder. Sie arbeiten bei der Lösung von Problemen im Team zusammen und sie begründen ihre Lösungen auf unterschiedliche Arten.</p> <p><b>Problemlösen</b> Die S. nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren zum Lösen von anschauliche Alltagsproblemen</p>	<p><b>6. KA = Vergleichsarbeit</b></p>



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 6

Stand September 2011 Seite 1 von 4

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Arithmetik III:</b></p> <p><b>Operieren:</b> Die Schüler bestimmen Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen und wenden Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5, 10 an.</p> <p><b>Darstellen:</b> Die Schüler stellen einfache Bruchteile auf verschiedene Weisen dar: handelnd, zeichnerisch an verschiedenen Objekten, durch Zahlensymbole und als Punkte auf der Zahlengeraden; sie deuten sie als Größen, Operatoren und Verhältnisse und nutzen das Grundprinzip des Kürzens und Erweiterns von Brüchen als Vergrößern und Verfeinern der Einteilung. Die Schüler deuten Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche und stellen sie an der Zahlengeraden dar; sie führen Umwandlungen zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozentzahl durch. Die Schüler stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar.</p> <p><b>Ordnen:</b> Ordnen, vergleichen und runden von Dezimalzahlen</p> <p><b>Operieren:</b> Die Schüler führen Grundrechenarten (Addition und Subtraktion) aus (Kopfrechnen und</p>	<p><b>Schulbuch: Lambacher Schweizer 6 Kapitel I, 1-9</b></p> <p>Teilbarkeit, Brüche und Anteile, Kürzen und Erweitern, Brüche auf der Zahlengerade, Dezimalschreibweise, abbrechende und periodische Dezimalzahlen, Prozente, Umgang mit Größen, rationale Zahlen vergleichen</p> <p>Achtung: Für den Umgang mit rationalen Zahlen sollte zusätzliches Übungsmaterial zur Verfügung gestellt werden (mögliche Quellen: Arbeitsheft, Anhang im Schulbuch)</p> <p><b>Kapitel II, 1.4</b></p> <p>Addieren und Subtrahieren von Brüchen und Dezimalzahlen, Runden und Überschlagen von Dezimalzahlen, geschicktes Rechnen</p>	<p><b>Argumentieren/Kommunizieren:</b></p> <p>Lesen Die Schüler geben Informationen aus einfachen mathematischen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) wieder. Verbalisieren Die Schüler erläutern mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen</p> <p><b>Problemlösen:</b></p> <p>Erkunden Die Schüler geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder und entnehmen ihnen die relevanten Größen Lösen Die Schüler finden in einfachen Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p>Mathematisieren: Übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme)</p>	<p>1. Klassenarbeit</p>



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 6

Stand September 2011 Seite 2 von 4

<p>schriftliches Verfahren) für endliche Dezimalzahlen für einfache Brüche für rationale Zahlen</p> <p>Anwenden: Die S. nutzen Strategien für Rechenvorteile</p> <p><b>Geometrie III:</b></p> <p>Erfassen: Die Schüler verwenden die Grundbegriffe Winkel, Radius zur Beschreibung ebener Figuren. Die Schüler benennen und charakterisieren die Figur Kreis und identifizieren ihn in ihrer Umwelt.</p> <p>Konstruieren: Die Schüler zeichnen ebene Figuren (Winkel, Kreise) und Muster im ebenen Koordinatensystem.</p> <p>Messen: Die Schüler schätzen und bestimmen Winkel.</p>	<p>Bei der unterschiedlichen Schreibweise einer rationalen Zahl (Prozentschreibweise) wird nicht auf die Prozentrechnung weiter eingegangen.</p> <p><b>Kapitel III, 1-3</b></p> <p>Winkel; Winkel schätzen, messen, zeichnen; Kreisfiguren</p> <p>An dieser Stelle wird wiederholend auf die korrekte Handhabung der Zeichenwerkzeuge und der sauberen Anfertigung von Zeichnungen Wert gelegt.</p>	<p><b>Werkzeuge:</b></p> <p>Konstruieren: Die Schüler nutzen Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen.</p> <p><b>Modellieren:</b> Mathematisieren: Die Schüler übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Figuren).</p> <p>Validieren: Die Schüler überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation.</p> <p>Realisieren: Die Schüler ordnen einem mathematischen Modell (Figur) eine passende Realsituation zu.</p> <p><b>Argumentieren/Kommunizieren:</b></p> <p>Lesen: Die Schüler entnehmen Informationen aus einfachen mathemathikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle)</p> <p>Präsentieren: präsentieren Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen</p>	<p>2. Klassenarbeit</p>
---	---	---	-----------------------------



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 6

Stand September 2011 Seite 3 von 4

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Arithmetik IV:</b></p> <p>Operieren: Die Schüler führen Grundrechenarten (Multiplikation und Division) aus (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) für endliche Dezimalzahlen für einfache Brüche für rationale Zahlen</p> <p>Anwenden: Die Schüler wenden ihre arithmetischen Kenntnisse von Zahlen und Größen an, nutzen Strategien für Rechenvorteile, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle</p> <p><b>Stochastik II:</b></p> <p>Erheben: Die Schüler erheben Daten und fassen diese in Ur- und Strichlisten zusammen</p> <p>Darstellen: Die Schüler stellen Häufigkeitstabellen zusammen und veranschaulichen diese mithilfe von Säulen- und Kreisdiagrammen. Die Schüler stellen Sachverhalte mit</p>	<p><b>Kapitel V, 1-8</b></p> <p>Vervielfachen und Teilen von Brüchen, Multiplizieren und Dividieren von Brüchen,</p> <p>Multiplizieren und Dividieren von Zehnerpotenzen, Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen, Grundregeln für Rechenausdrücke – Terme, Rechengesetze</p> <p><b>Kapitel VI, 1-3</b> Daten erfassen, darstellen und interpretieren</p> <p>Relative Häufigkeiten, Mittelwerte, Boxplots,</p>	<p><b>Werkzeuge:</b></p> <p>Recherchieren: Die Schüler entnehmen unterschiedlichen Medien geeignete Daten, um dann entsprechende Aussagen darzustellen. Die S. lernen eine Tabellenkalkulation als hilfreiches Mittel zur Aufarbeitung von Daten kennen.</p> <p><b>Argumentieren/Kommunizieren:</b></p>	<p>3. Klassenarbeit (bis Multiplizieren/evt l. Dividieren von Brüchen)</p> <p>4. Klassenarbeit (Grundrechenarten rationaler Zahlen, Terme und Anwendungsaufgaben)</p>





# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 7

Stand September 2011 Seite 1 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 1. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Funktionen, Arithmetik/Algebra</b></p> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung)</p>	<p><b>Prozentrechnung, Zinsrechnung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 7, Kapitel 1 „Prozente und Zinsen“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. „Prozente – Vergleiche werden einfacher“: Einführung in der Prozentbegriff</li> <li>2. „Prozentsatz – Prozentwert – Grundwert“</li> <li>3. „Grundaufgaben der Prozentrechnung“ (ggf. weiteres Übungsmaterial nötig!)</li> <li>4. „Zinsen“ (zu wenig Übungsmaterial!)</li> <li>5. „Zinseszinsen“</li> </ol> <p>z.B. Ergänzung zum Buch: Erstellung von Tilgungsplänen mit Excel (alternativ in der Jahrgangsstufe 9)</p> <li>6. „Überall Prozente“: Gemischte Aufgaben im Anwendungskontext</li> <li>7. „Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen“: themenübergreifende Anwendungsaufgaben</li> </li></ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen:</u> Die Schülerinnen und Schüler ziehen Informationen aus mathemathikhaltigen Darstellungen (Text, Bild Tabelle) strukturieren und bewerten sie.</p> <p><u>Verbalisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen.</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><u>Lösen:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems</li> <li>• nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität</li> </ul> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><u>Erkunden:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen mathematische Werkzeuge (Tabellenkalkulation) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme.</p> <p><u>Berechnen:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen den Taschenrechner</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 7

Stand September 2011 Seite 2 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 2. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Stochastik</b></p> <p><u>Erheben:</u> Die Schülerinnen und Schüler planen Datenerhebungen, führen sie durch und nutzen zur Erfassung auch eine Tabellenkalkulation</p> <p><u>Darstellen:</u> Die Schülerinnen und Schüler veranschaulichen ein- und zweistufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen</p> <p><u>Auswerten:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• benutzen relative Häufigkeiten von langen Versuchsreihen zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten</li> <li>• verwenden ein- und zweistufige Zufallsversuche zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen</li> <li>• bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Laplace-Regel</li> <li>• bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Pfadregeln</li> </ul>	<p><b>Stochastik</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 7, Kapitel 2 „Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“</b> Erkundungen               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. „Wahrscheinlichkeiten“: Begriffsklärung</li> <li>2. „Laplace-Wahrscheinlichkeiten, Summenregel“</li> </ol>               Ergänzung zum Buch: Baumdiagramme, Pfadregeln (vgl. Lehrbuch 8)             </li> <li>3. „Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen“</li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen:</u> (s.o.)</p> <p><u>Kommunizieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen</p> <p><u>Begründen:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen mathematisches Wissen für Begründungen, auch in mehrschrittigen Argumentationen.</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><u>Mathematisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zufallsversuche).</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><u>Erkunden:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen mathematische Werkzeuge (Tabellenkalkulation) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme.</p> <p><u>Berechnen</u> (s.o.)</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 7

Stand September 2011 Seite 3 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 3. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Funktionen</b></p> <p><u>Darstellen:</u> Die Schülerinnen und Schüler stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und in Termen dar und wechseln zwischen diesen Darstellungen</p> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren proportionale, antiproportionale und lineare Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen</li> <li>• wenden die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und lineare Zuordnungen sowie einfache Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an</li> </ul>	<p><b>Proportionale und antiproportionale Zuordnungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 7, Kapitel 3 „Zuordnungen“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. „Zuordnungen und Graphen“</li> <li>2. „Gesetzmäßigkeiten bei Zuordnungen“</li> <li>3. „Proportionale Zuordnungen“</li> <li>4. „Antiproportionale Zuordnungen“</li> <li>5. „Lineare Zuordnungen“: Arbeiten mit einem Funktionenplotter (deutlich zu wenig Übungsmaterial)</li> <li>6. „Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen“</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen</u> (s.o.)</p> <p><u>Vernetzen:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• geben Ober- und Unterbegriffe an und führen Beispiele und Gegenbeispiele als Beleg an (z.B. Proportionalität)</li> <li>• setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung ( z.B. Gleichungen und Graphen)</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <p><u>Mathematisieren</u> (s.o.)</p> <p><u>Validieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell.</p> <p><u>Realisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler ordnen einem mathematischen Modell (Tabelle, Graph, Gleichungen) eine passende Realsituation zu.</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><u>Erkunden:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen mathematische Werkzeuge (Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme.</p>	





# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 7

Stand September 2011 Seite 4 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 4. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Arithmetik/ Algebra</b></p> <p><u>Operieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• fassen Terme zusammen, multiplizieren sie aus und faktorisieren sie mit einem einfachen Faktor</li> <li>• lösen lineare Gleichungen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und graphisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle</li> <li>• wenden allgemeine Rechengesetze (Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz) sinnvoll an</li> </ul> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler verwenden ihre Kenntnisse über lineare Gleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme</p>	<p><b>Termumformungen, lineare Gleichungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 7, Kapitel 4 „Terme und Gleichungen“</b></li> <li>1. Wiederholung: Rechnen mit rationalen Zahlen: (Rechengesetze)</li> <li>2. „Mit Termen Probleme lösen“ : Aufstellen von Termen mithilfe einer Wertetabelle, Graphische Visualisierung</li> <li>3. „Gleichwertige Terme – Umformen mit Rechengesetzen“ (Übungen im Kapitel „Selbsttraining“)</li> <li>4. „Ausmultiplizieren und Ausklammern – Distributivgesetz“ (Übungen im Kapitel „Selbsttraining“)</li> <li>5. „Gleichungen umformen – Äquivalenzumformungen“ (deutlich zu wenig Übungsmaterial)</li> <li>6. „Lösen von Problemen mit Strategien“</li> <li>7. „Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen“</li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen</u> (s.o.)</p> <p><u>Verbalisieren</u> (s.o.)</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><u>Lösen:</u> Die Schülerinnen und Schüler planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><u>Mathematisieren</u> (s.o.)</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 7

Stand September 2011 Seite 5 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 5. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Geometrie</b></p> <p><u>Konstruieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler zeichnen Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen</p> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler erfassen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen oder der Kongruenz</p>	<p><b>Zeichnen von Dreiecken</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 7, Kapitel 5 „Beziehungen in Dreiecken“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. „Dreiecke konstruieren“</li> <li>2. „Kongruente Dreiecke“</li> <li>3. „Mittelsenkrechte und Winkelhalbierenden“</li> <li>4. „Umkreise und Inkreise“</li> <li>5. „Winkelbeziehungen erkunden“: Scheitel-, Neben-, Stufen-, Wechselwinkel</li> <li>6. „Regeln für Winkelsummen entdecken“</li> <li>7. „Der Satz von Thales“</li> <li>8. „Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen“</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Verbalisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen</p> <p><u>Kommunizieren</u> (s.o.)</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><u>Lösen:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems</li> <li>• wenden die Problemlösungsstrategien „Zurückführen auf Bekanntes“ (Konstruktion von Hilfslinien) und „Verallgemeinerungen“ an.</li> </ul> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><u>Erkunden:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen mathematische Werkzeuge (Geometriesoftware) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme.</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 7

Stand September 2011 Seite 6 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 5. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Arithmetik/ Algebra</b></p> <p><u>Operieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler lösen lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und graphisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle.</p> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler verwenden ihre Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme</p>	<p><b>Lineare Gleichungssysteme</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 7, Kapitel 6, Systeme linearer Gleichungen</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. „Lineare Gleichungen mit zwei Variablen“</li> <li>2. „Lineare Gleichungssysteme – graphisches Lösen“: Arbeiten mit einem Funktionenplotter, (zu wenig Übungsmaterial)</li> <li>3. Einsetzungs- und Gleichsetzungsverfahren</li> <li>4. Additionsverfahren</li> <li>5. „Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen“: Hier findet man viele Anwendungsaufgaben)</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen</u> (s.o.)</p> <p><u>Vernetzen:</u> Die Schülerinnen und Schüler setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung (z.B. Gleichungen und Graphen, Gleichungssysteme und Graphen)</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><u>Lösen:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 8

Stand September 2011 Seite 1 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Funktionen</b></p> <p><u>Darstellen:</u> Die Schülerinnen und Schüler stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und in Termen dar und wechseln zwischen diesen Darstellungen. Sie stellen funktionale Zusammenhänge in sprachlicher Form, in Tabellen, als Grafen und in Termen dar und interpretieren sie situationsgerecht.</p> <p><u>Interpretieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler interpretieren Graphen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammenhänge.</p> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren lineare Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen.</li> <li>• wenden die Eigenschaften von linearen Zuordnungen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an.</li> </ul>	<p><b>Lineare Funktionen und lineare Gleichungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 8, Kapitel I, „Lineare Funktionen und lineare Gleichungen“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Erkundungen</li> <li>2. Aufstellen von linearen Funktionsgleichungen</li> <li>3. Nullstellen und Schnittpunkte</li> </ol>                     Wiederholen – Vertiefen -Vernetzen                 </li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen:</u> Die Schülerinnen und Schüler ziehen Informationen aus mathematischhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph), strukturieren und bewerten sie.</p> <p><u>Vernetzen:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• geben Ober- und Unterbegriffe an und führen Beispiele und Gegenbeispiele als Beleg an (z.B. Proportionalität).</li> <li>• setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung ( z.B. Gleichungen und Graphen).</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <p><u>Mathematisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen). Die S und S strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann (2.).</p> <p><u>Validieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell.</p> <p><u>Realisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler ordnen einem mathematischen Modell (Tabelle, Graph, Gleichungen) eine passende Realsituation zu.</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><u>Erkunden:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen mathematische Werkzeuge (Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme.</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 8

Stand September 2011 Seite 2 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 1. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Arithmetik/ Algebra</b></p> <p>Die S und S rechnen mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen (5.2.).</p> <p>Sie begründen die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen an Beispielen (5.3.).</p> <p>Sie arbeiten in Anwendungszusammenhängen sachgerecht mit Zahlen und führen Schätzungen und Näherungsrechnungen durch (5.4.).</p>	<p><b>Reelle Zahlen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 8, Kapitel II, „Reelle Zahlen“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Von bekannten und neuen Zahlen</li> <li>2. Wurzeln und Streckenlängen</li> <li>3. Der geschickte Umgang mit Wurzeln</li> <li>4. Rechnen im Kontext – der Umgang mit Näherungswerten</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p>Die S und S vernetzen Begriffe, indem sie Beziehungen zwischen Begriffen herstellen, Beispiele angeben und Ober- und Unterbegriffe zuordnen (1.3.).</p> <p>Sie nutzen verschiedene Arten des Begründens und Überprüfens (Plausibilität, Beispiele, Argumentationsketten) (1.4.).</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 8

Stand September 2011 Seite 3 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 2. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Arithmetik/ Algebra</b></p> <p><u>Operieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• fassen Terme zusammen, multiplizieren sie aus und faktorisieren sie mit einem einfachen Faktor; sie nutzen binomische Formeln als Rechenstrategie.</li> <li>• lösen lineare Gleichungen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle.</li> </ul> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler verwenden ihre Kenntnisse über lineare Gleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme.</p> <p><b>Geometrie</b></p> <p><u>Erfassen:</u> Die Schülerinnen und Schüler benennen und charakterisieren Prismen und Zylinder und identifizieren sie in ihrer Umwelt.</p> <p><u>Messen:</u> Die Schülerinnen und Schüler schätzen und bestimmen Umfang und Flächeninhalt zusammengesetzter Figuren sowie Oberflächen und Volumina von Prismen.</p> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler erfassen und begründen Eigenschaften von Figuren.</p>	<p><b>Termumformungen, Flächenberechnungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 8, Kapitel III, „Flächen und Volumina – vom Umgang mit Formeln“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Formeln aufstellen, vereinfachen und auflösen</li> <li>2. Zusammengesetzte Flächen – binomische Formeln</li> <li>3. Flächeninhalt von Dreiecken, Parallelogrammen und Trapezen</li> <li>4. Flächeninhalt von Vielecken</li> </ol> </li> </ul> <p><b>Kreis- und Körperberechnungen</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>5. Kreise</li> <li>6. Kreisteile</li> <li>7. Prisma und Zylinder</li> </ol>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen:</u> Die Schülerinnen und Schüler ziehen Informationen aus mathematischen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph), strukturieren und bewerten sie.</p> <p><u>Vernetzen:</u> Die Schülerinnen und Schüler setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung (Terme und Gleichungen). Die Schülerinnen und Schüler setzen Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung (z.B. Produkt und Fläche; Quadrat und Rechteck; Länge, Umfang, Fläche und Volumen).</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><u>Lösen:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität.</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><u>Mathematisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler übersetzen einfache Realsituationen oder Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Gleichungen oder Figuren).</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><u>Konstruieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen.</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 8

Stand September 2011 Seite 4 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 3. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Stochastik</b></p> <p><u>Beurteilen:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• analysieren grafische statistische Darstellungen kritisch und erkennen Manipulationen.</li> <li>• nutzen Wahrscheinlichkeiten zur Beurteilung von Chancen und Risiken und zur Schätzung von Häufigkeiten.</li> </ul>	<p><b>Stochastik</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 8, Kapitel IV „Wahrscheinlichkeitsrechnung“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pfadregel (Wiederholung)</li> <li>2. Der richtige Blick aufs Baumdiagramm</li> <li>3. Pascalsches Dreieck und Wahrscheinlichkeiten</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen:</u> Die Schülerinnen und Schüler ziehen Informationen aus mathemathhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph), strukturieren und bewerten sie.</p> <p><u>Verbalisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell.</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><u>Lösen:</u> Die Schülerinnen und Schüler planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems.</p> <p><u>Reflektieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler überprüfen Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit.</p>	



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 8

Stand September 2011 Seite 5 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur 4. Klassenarbeit</b></p>	<p><b>Funktionen</b></p> <p><u>Darstellen:</u> Die Schülerinnen und Schüler stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und in Termen dar und wechseln zwischen diesen Darstellungen. Sie stellen funktionale Zusammenhänge in sprachlicher Form, in Tabellen, als Grafen und in Termen dar und interpretieren sie situationsgerecht.</p> <p><u>Interpretieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler interpretieren Graphen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammenhänge.</p> <p><u>Anwenden:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren quadratische Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen.</li> <li>• wenden die Eigenschaften von quadratischen Zuordnungen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an.</li> </ul>	<p><b>Quadratische Funktionen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 8, Kapitel V „Quadratische Funktionen“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Quadratische Funktionen mit <math>y = ax^2</math></li> <li>2. Quadratische Funktionen</li> <li>3. Aufstellen von quadratischen Funktionsgleichungen</li> <li>4. Mit Funktionen Wirklichkeit beschreiben – Modellieren</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p><u>Lesen:</u> Die Schülerinnen und Schüler ziehen Informationen aus mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph), strukturieren und bewerten sie.</p> <p><u>Vernetzen:</u> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• geben Ober- und Unterbegriffe an und führen Beispiele und Gegenbeispiele als Beleg an (z.B. Proportionalität).</li> <li>• setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung ( z.B. Gleichungen und Graphen).</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <p><u>Mathematisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Zuordnungen, lineare Funktionen, Gleichungen). Die S und S strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann (2.).</p> <p><u>Validieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell.</p> <p><u>Realisieren:</u> Die Schülerinnen und Schüler ordnen einem mathematischen Modell (Tabelle, Graph, Gleichungen) eine passende Realsituation zu.</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><u>Erkunden:</u> Die Schülerinnen und Schüler nutzen mathematische Werkzeuge (Funktionenplotter) zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme.</p>	





# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 8

Stand September 2011 Seite 6 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
<p><b>Bis zur Vergleichsarbeit</b></p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>LS 8, Kapitel VI „Definieren, Ordnen und Beweisen“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Begriffe festlegen – Definieren</li> <li>2. Spezialisieren – Verallgemeinern – Ordnen</li> <li>3. Aussagen überprüfen – Beweisen oder Widerlegen</li> <li>4. Beweise führen – Strategien</li> <li>5. Sätze entdecken – Beweise finden</li> </ol> </li>   <li>• <b>LS 8, Kapitel VII „Kompetenzen trainieren und vertiefen“</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Arithmetik und Algebra</li> <li>2. Funktionen</li> <li>3. Geometrie</li> <li>4. Stochastik</li> <li>5. Kommunizieren und Argumentieren</li> <li>6. Problemlösen</li> <li>7. Modellieren</li> <li>8. Abschlusstest</li> </ol> </li> </ul> <p>Diese beiden Kapitel können separat am Ende des Schuljahres behandelt werden. Es genügt jedoch, unterrichtsbegleitend auf einige der Aspekte einzugehen!!!!</p> <p><b>Wiederholung des gesamten Stoffs der Jahrgangsstufe 8 / Übungen für die Vergleichsarbeit</b></p>		<p><b>Vergleichsarbeit</b></p>



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 9

Stand September 2011 Seite 1 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p>Die S und S arbeiten in Anwendungszusammenhängen sachgerecht mit Zahlen, Größen und Variablen.</p> <p>Sie lösen quadratische Gleichungen rechnerisch, grafisch oder durch Probieren.</p> <p><b>Funktionen</b></p> <p>Sie stellen lineare und quadratische Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Graphen und in Termen dar, wechseln zwischen diesen Darstellungen und benennen ihre Vor- und Nachteile.</p> <p>Sie deuten die Parameter der Termdarstellungen von linearen und quadratischen Funktionen in der grafischen Darstellung und nutzen dies in Anwendungssituationen.</p> <p>Sie wenden lineare und quadratische Funktionen zur Lösung außermathematischer Problemstellungen an.</p>	<p><b>Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lehrbuch: Lambacher Schweizer 9: Kapitel I</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wiederholung – Aufstellen von Funktionsgleichungen</li> <li>2. Scheitelpunktsbestimmung – quadratische Ergänzung</li> <li>3. Lösen einfacher quadratischer Gleichungen</li> <li>4. Lösen allgemeiner quadratischer Gleichungen</li> <li>5. Lösen von quadratischen Gleichungen mit der pq-Formel</li> <li>6. Extremwertprobleme und Anwendungsaufgaben lösen</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p>Die S und S strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann.</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p>Sie übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle (Terme, Gleichungen, Funktionen) und ordnen mathematische Modelle passenden Realsituationen zu.</p> <p>Sie überprüfen und interpretieren die im mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen realen Situation.</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p>Sie setzen situationsangemessen den Taschenrechner ein.</p>	1. KA



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 9

Stand September 2011 Seite 2 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Geometrie</b></p> <p>Die Schülerinnen und Schüler beschreiben und begründen Ähnlichkeitsbeziehungen geometrischer Objekte und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen.</p> <p>Sie vergrößern und verkleinern einfache Figuren maßstabsgetreu.</p> <p><b>Geometrie</b></p> <p>Die S und S beschreiben und charakterisieren ebene Figuren und Körper mit angemessenen Fachbegriffen und identifizieren sie in ihrer Umwelt.</p> <p>Sie berechnen geometrische Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mit Hilfe des Satzes des Pythagoras.</p>	<p><b>Ähnliche Figuren – Strahlensätze</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lehrbuch: Lambacher Schweizer 9: Kapitel II</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Vergrößern und Verkleinern von Figuren – Ähnlichkeit</li> <li>2. Zentrische Streckung</li> <li>3. Ähnliche Dreiecke</li> <li>4. Strahlensätze</li> </ol> </li> </ul> <p><b>Formeln in Figuren und Körpern</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lehrbuch: Lambacher Schweizer 9: Kapitel III 1 - 3</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Der Satz des Pythagoras</li> <li>2. Katheten- und Höhensatz</li> <li>3. Pythagoras in Figuren und Körpern</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zerlegen Probleme in Teilprobleme.</li> </ul> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p>Die S und S verwenden Lineal und Geodreieck zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren.</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p>Die S und S strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann.</p> <p>Die S und S nutzen Problemlösestrategien wie systematische Probieren und das Zurückführen auf Bekanntes und Verallgemeinern.</p>	<p>2. Klassenarbeit</p>



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 9

Stand September 2011 Seite 3 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Geometrie</b></p> <p>Die S und S skizzieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Zylindern, Pyramiden und Kegeln und stellen die Körper her (7.2.).</p> <p>Die S und S schätzen und bestimmen Umfänge und Flächeninhalte von Kreisen und zusammengesetzten Flächen sowie Oberflächen und Volumina von Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln.</p> <p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p>Die S und S lesen und schreiben Zahlen in Zehnerpotenz-Schreibweise und erläutern die Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten.</p> <p>Die S und S wenden das Radizieren als Umkehrung des Potenzierens an.</p>	<p><b>Formeln in Figuren und Körpern</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lehrbuch: Lambacher Schweizer 9: Kapitel III 4 - 6</b></li> </ul> <p>4. Formeln verstehen: Pyramiden und Kegel            5. Formeln anwenden: Kugeln und andere Körper            6. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten</p> <p><b>Potenzen, Wachstumsvorgänge</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lehrbuch: Lambacher Schweizer 9: Kapitel IV 1 - 4</b></li> </ul> <p>1. Zehnerpotenzen            2. Der geschickte Umgang mit Potenzen – Potenzgesetze            3. Einfache Gleichungen mit Potenzen – Basis gesucht            4. Einfache Gleichungen mit Potenzen – Exponent gesucht</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p>Die S und S strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann.</p> <p>Die S und S nutzen Problemlösestrategien wie systematische Probieren und das Zurückführen auf Bekanntes und Verallgemeinern.</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p>Die S und S verwenden Lineal und Geodreieck zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren.</p> <p><b>Argumentieren/ Kommunizieren</b></p> <p>Sie erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen.</p> <p>Sie überprüfen und bewerten Problembearbeitungen.</p> <p>Sie nutzen mathematisches Wissen für Begründungen und Argumentationsketten.</p>	<p>3. Klassenarbeit</p>



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 9

Stand September 2011 Seite 4 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p>Die S u S lösen exponentielle Gleichungen der Form <math>b^x = c</math> näherungsweise durch Probieren und Verwenden des Logarithmieren als Umkehroperation des Exponenzierens unter Einsatz des Taschenrechners.</p> <p>Die S und S verwenden ihre Kenntnisse über quadratische und exponentielle Gleichungen zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme.</p> <p><b>Funktionen</b></p> <p>Die S und S stellen lineare, quadratische und exponentielle Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, in Graphen und in Termen dar.</p> <p>Sie wenden exponentielle Funktionen zur Lösung außermathematischer Probleme aus dem Bereich Zinseszins an.</p> <p>Die S und S grenzen lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum an Beispielen voneinander ab.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lehrbuch: Lambacher Schweizer 9: Kapitel V</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Exponentielles Wachstum</li> <li>2. Zinseszins und andere Wertentwicklungen untersuchen</li> <li>3. Rechnen mit exponentiellem Wachstum</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <p>Die S und S entnehmen mathematische Informationen aus Texten, Bildern und Tabellen (Lesekompetenz), analysieren und beurteilen die Aussagen.</p> <p>Die S und S vergleichen Lösungswege und Darstellungen, überprüfen und bewerten Problembearbeitungen.</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p>Die S und S überprüfen und bewerten Lösungswege und Ergebnisse, auch die Möglichkeit mehrerer Lösungen.</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p>Sie vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation.</p> <p>Sie übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle und ordnen mathematischen Modellen passende Realsituationen zu.</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p>Die S und S setzen situationsangemessen den Taschenrechner ein und nutzen Tabellenkalkulation zum Erkunden inner- und außermathematischer Zusammenhänge.</p>	<p>4. Klassenarbeit, ca. die halbe Arbeit mit Aufgaben zu vorherigen Themen</p>



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum Jahrgangsstufe 9

Stand September 2011 Seite 5 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Geometrie</b></p> <p>Die S und S berechnen geometrische Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mit Hilfe von einfachen Winkelsätzen und trigonometrischen Beziehungen.</p>	<p><b>Trigonometrie– Berechnungen an Dreiecken</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lehrbuch: Lambacher Schweizer 9: Kapitel VI 1 - 3</b></li> </ul> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sinus und Kosinus</li> <li>2. Tangens</li> <li>3. Probleme lösen im rechtwinkligen Dreieck</li> </ol> <p><b>Vernetzende Anwendungsaufgaben, Übungen zur Vergleichsarbeit</b></p> <p>Aufgaben aus allen Bereichen, insbesondere quadratische Funktionen in Sachzusammenhängen, Geometrie; dabei Wiederholung und Festigung elementarer Fertigkeiten (Lösen von linearen Gleichungen und Gleichungssystemen, Lösen von quadratischen Gleichungen, Prozentrechnung etc.)</p>	<p><b>Modellieren</b></p> <p>Sie übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle und ordnen mathematischen Modellen passende Realsituationen zu.</p> <p>Sie überprüfen und interpretieren die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen in der jeweiligen realen Situation, bewerten und verändern ggf. ihren Lösungsweg oder das Modell.</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p>Die S. u S. strukturieren und lösen inner- und außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann.</p>	<p>Vergleichsarbeit</p>



# Schulinterner Lehrplan Mathematik Gymnasium Adolfinum

## Jahrgangsstufe 9

Stand September 2011 Seite 6 von 6

Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Präzisierung der Inhalte/ Bezug zum Lehrbuch	Prozessbezogene Kompetenzen	Klassenarbeit
	<p><b>Funktionen</b></p> <p>Die S und S stellen die Sinusfunktion mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Grafen und in Termen dar.</p> <p>Sie verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung einfacher periodischer Vorgänge.</p>	<p><b>Trigonometrie– Berechnungen an Dreiecken und periodischen Vorgängen</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Lehrbuch: Lambacher Schweizer 9: Kapitel VI 4 - 6</li></ul> <ol style="list-style-type: none"><li>Die Sinusfunktion</li><li>Amplitude und Periode von Sinusfunktionen</li><li>Beschreibung periodischer Vorgänge</li></ol>	<p><b>Modellieren</b></p> <p>Die Schülerinnen und Schüler übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle.</p> <p>Sie finden zu einem mathematischen Modell passende Realsituationen.</p>	



**Gymnasium Adolfinum**  
**Grundsätze zur Leistungsbeurteilung im Fach Mathematik**  
**Sekundarstufe I**  
**30.09.2011**

## 1. Übersicht über die Beurteilungsbereiche

<b>Gesamtnote</b>	
<b>Schriftliche Arbeiten etwa 50 % der Gesamtnote</b>	<b>Sonstige Mitarbeit: etwa 50 % der Gesamtnote</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Klasse 5-7: 6 Arbeiten/ Schuljahr, Dauer 1 Schulstunde</li><li>• Klasse 8: 5 Arbeiten/ Schuljahr + LSE, Dauer 1 Schulstunde (LSE 2 Std)</li><li>• Klasse 9: 4 - 5 Arbeiten/ Schuljahr, Dauer 1 Schulstunde bis 90 min.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• mündliche Mitarbeit (Kontinuität, Qualität, Quantität)</li><li>• praktische Mitarbeit (z.B. Bearbeitung schriftlicher Aufgaben im Unterricht)</li><li>• kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit</li><li>• kurze, schriftliche Überprüfungen</li><li>• Heftführung und Protokolle einer Einzel- oder Gruppenarbeitsphase</li><li>• Sonstiges (z.B. Referate, Präsentationen)</li><li>• Sprachliche und formale Richtigkeit</li></ul>

## 2. Erläuterungen zu den Beurteilungsbereichen

### 2.1. Beurteilungsbereich: Klassenarbeiten

#### 2.1.1. Vergleichsarbeiten

Am Gymnasium Adolfinum wird in allen Jahrgangsstufen eine Vergleichsarbeit geschrieben. Die Vergleichsarbeit wird von den in der Jahrgangsstufe unterrichtenden Fachlehrern gemeinsam konzipiert. Sie wird als letzte Klassenarbeit im 2. Halbjahr geschrieben und hat den Charakter einer Jahresabschlussarbeit. Die Vergleichsarbeit wird wie alle Klassenarbeiten im Unterricht vorbereitet; dabei wird durch möglichst genaue Absprachen der unterrichtenden Fachlehrer eine möglichst große Vergleichbarkeit und Chancengleichheit angestrebt.

#### 2.1.2. Punkte und Notenvergabe

Die bei Klassenarbeiten erzielten Punkte werden in etwa wie folgt Noten zugeordnet:

ab 90 %:	Note 1
ab 75 %:	Note 2
ab 60 %:	Note 3
ab 45 %:	Note 4
ab 20 %:	Note 5
unter 20 %:	Note 6

Dieses Schema muss nicht starr gehandhabt werden. Eventuell vorhandene deutliche Einschnitte in der Punkteverteilung können zur Festlegung der Notengrenzen herangezogen werden. Notentendenzen können ausgewiesen werden.



### **2.1.3. Anforderungsniveau der Klassenarbeiten**

Eine Klassenarbeit sollte ca. 20 % „leichte“, 60 % „mittlere“ und 20 % „schwere“ Aufgaben enthalten. Für ein sehr gutes Ergebnis müssen auch Teile der anspruchsvollen Aufgaben gelöst sein.

### **2.1.4. Bewertung der Lernstandserhebung in Klasse 8**

Steht ein Schüler am Ende der 8. Klasse in seiner Gesamtnote zwischen zwei Noten, so ist sein Abschneiden bei der LSE ausschlaggebend. Es wird ein Bewertungsschema erstellt, das sich an die Bewertung der Klassenarbeiten anlehnt.

## **2.2. Beurteilungsbereich: Sonstige Mitarbeit**

### **2.2.1. Mündliche Mitarbeit**

Sie umfasst Beiträge zum Unterrichtsgespräch in Form von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen, auch auf Basis gemachter Hausaufgaben. Hierbei spielt nicht allein die Menge der Beiträge, sondern auch die Qualität eine Rolle. Dabei geht es nicht nur darum, richtige Antworten zu geben, sondern auch um das Stellen von Fragen nach Nichtverstandenen und Unklarem sowie um Fragen, die den Unterricht voranbringen und durch wichtige ergänzende Aspekte vertiefen.

### **2.2.2. Praktische Mitarbeit**

Sie umfasst alle praktischen Tätigkeiten des Schülers, z.B. die schriftliche Bearbeitung von Aufgaben, das Handhaben von Werkzeugen (Zirkel, Geodreieck...) oder das Herstellen von Modellen.

### **2.2.3. Kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit**

Hierzu zählen sowohl die auf den jeweiligen Inhalt und die Aufgabenstellung bezogenen Leistungen als auch die Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit und Zuverlässigkeit.

### **2.2.4. Kurze, schriftliche Übungen**

Eine schriftliche Übung („Test“) soll dem Schüler Hinweise über seinen Lernstand geben. Eine schriftliche Übung darf sich nur auf einen begrenzten Stoffbereich im unmittelbaren Zusammenhang mit dem aktuellen Unterricht beziehen. Für die Bearbeitung sollten in der Regel nicht mehr als 15 Minuten benötigt werden. Der Stellenwert einer schriftlichen Übung ist vergleichbar mit einem längeren Beitrag zum Unterrichtsgespräch.

### **2.2.5. Heftführung und Protokolle**

Bei der Heftführung spielt sowohl die äußere Form eine Rolle als auch die Vollständigkeit, z.B. die Übertragung von erarbeiteten Regeln und Beispielen von der Tafel. Dies gilt ebenso für die Protokolle von Gruppenarbeitsphasen.

### **2.2.6. Sonstiges**

Bewertet werden die prozessbezogenen Kompetenzen (kommunizieren, präsentieren, argumentieren etc., vgl. Richtlinien) bei der Bearbeitung von Aufgaben in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit oder am Computer. Voraussetzung hierfür ist, dass der Schüler sein eigenes Unterrichtsmaterial bereithält. Auch Referate und Präsentationen werden in der sonstigen Mitarbeit angemessen berücksichtigt.

### **2.2.7. Sprachliche und formale Richtigkeit**

Die sprachliche Richtigkeit (Ausdruck, Grammatik, Rechtschreibung, Aneignung fachspezifischer Ausdrücke) von mündlichen und schriftlichen Äußerungen wird

berücksichtigt. Formale Richtigkeit, z.B. die korrekte Verwendung von Äquivalenzzeichen, wird zwar angestrebt, geht jedoch nur in dem Maße in die Bewertung ein, in dem sie vorher im Unterricht thematisiert wurde. Dabei wird berücksichtigt, dass sich das Verständnis für abstrakte mathematische Strukturen im Laufe der Sekundarstufe I nach und nach entwickeln muss.

## Lehr- und Lernmittel

Der schulinterne Lehrplan ist am eingeführten Lehrbuch „Lambacher-Schweitzer“ ausgerichtet, was insbesondere für die Schülerinnen und Schüler mit ihren Eltern der Transparenz über die fachlichen Inhalte während des Schuljahres dient. Für die Kolleginnen und Kollegen wird dadurch eine zuverlässige und schlüssige Verwendung aller Zusatzmaterialien des Verlags ermöglicht.

Über das Lehrbuch hinaus wird in der Jahrgangsstufe 7 für alle Schülerinnen und Schüler ein einheitlicher Taschenrechner (Casio fx 991) angeschafft. Im Sinne einer Vorbereitung auf die hilfsmittelfreien Aufgaben soll der Gebrauch des Taschenrechners während der SI auf das Nötigste wie Kreisberechnungen, Prozentrechnung, Zinsrechnung, usw. beschränkt werden. Im Unterricht der SII wird in Grund- und Leistungskursen der gleiche GTR (TI Nspire CX) verwendet. Der Gebrauch des CAS-Systems z.B. in Leistungskursen wird durch die Fachkonferenz nicht ausgeschlossen. Durch die ähnliche Funktionalität des Nspire-CAS könnte jeder Fachlehrer der Q1 einen Umstieg zum CAS vornehmen. In diesem Fall würden die betreffenden Schülerinnen und Schüler ihren GTR an Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 9 verkaufen können.

Dem Unterrichtsthema angepasst findet Mathematikunterricht auch in den PC-Räumen der Schule, in welchen jedem Schüler und jeder Schülerin ein eigener PC zur Verfügung steht, statt. In diesen Stunden kommen Programme wie Excel und Geogebra angemessen zum Einsatz. Gerade der Einsatz von Geogebra bietet den Schülerinnen und Schülern trotz der bewussten Entscheidung gegen das CAS in der Schülerhand die didaktischen Vorteile eines CAS im erarbeitenden Unterricht. In regelmäßigen schulinternen Fortbildungen, die durch die zwei an der Schule eingesetzten Fachmoderatoren angeboten werden, informieren sich die Kolleginnen und Kollegen über die didaktischen Vorteile dieser Technologie.

## Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Der Mathematikunterricht in der Oberstufe ist in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Insbesondere erfolgt eine Kooperation mit den naturwissenschaftlichen Fächern auf der Ebene einzelner Kontexte. Das Vorwissen aus diesen Kontexten wird aufgegriffen und durch die mathematische Betrachtungsweise neu eingeordnet. Der besonderen Rolle der Mathematik in den Naturwissenschaften soll dadurch Rechnung getragen werden, dass die Erkenntnis von Zusammenhängen mathematisiert werden kann.

Die Zusammenarbeit mit der Fachkonferenz Physik ist nicht zuletzt aufgrund der personellen Überschneidungen besonders eng. Viele Anwendungen der Mathematik werden im Physikunterricht vertiefend eingeübt. Insbesondere geschieht dies bei der Untersuchung von Proportionalitäten, die im Physikunterricht zu Gesetzmäßigkeiten wie zum Hookschen- oder auch Ohmschen- Gesetz führen.

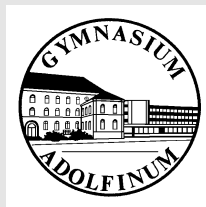
## Qualitätssicherung und Evaluation

Bereits während der Sommerferien tagt die Fachkonferenz erstmalig in jedem Schuljahr. In dieser ersten Sitzung organisieren die Kolleginnen und Kollegen die Übergabe der Lerngruppen. Die Fachlehrerinnen jedes Jahrgangs legen in dieser ersten Sitzung fest, welches Team für welchen Jahrgang der SI die letzte Arbeit des Schuljahres erstellt, die dann im Sinne einer Parallelarbeit von allen Klassen des SI-Jahrgangs über den Stoff des gesamten Schuljahres geschrieben wird. Mit dieser Arbeit sichert die Fachkonferenz eine Vergleichbarkeit der Lerngruppen und stellt am Anfang des Schuljahres jeder Mathematiklehrkraft Informationen über den Leistungsstand der neuen Klassen zur Verfügung.

# **Schulinternes Curriculum der Sekundarstufe II für das Fach**

## **Mathematik**

**am Gymnasium Adolfinum in Moers**



## **Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit**

Das Gymnasium Adolfinum ist eines von vier Gymnasien in der Stadt Moers. Als MINT-EC-Schule hat das Gymnasium Adolfinum eine besondere Ausrichtung auf Mathematik und die Naturwissenschaften. Dies äußert sich für das Fach Mathematik unter anderem durch das besonders ausgeprägte Wettbewerbsangebot. Das Wettbewerbskonzept der Fachkonferenz Mathematik verfolgt das Ziel, möglichst viele Schülerinnen und Schüler an Wettbewerbe heranzuführen. In diesem Sinne nehmen jährlich zwischen 500 und 600 Schülerinnen und Schüler am internationalen Känguru-Wettbewerb teil. Wegen der begrenzten Teilnehmerzahl in der zweiten Runde, entscheidet ggf. eine zusätzliche schulinterne Ausscheidungsrunde über die Entsendung der Teilnehmer der zweiten Runde. Auf der Basis dieser breit angelegten Wettbewerbe ermutigen die Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer gezielt einige Schülerinnen und Schüler für eine Teilnahme am hochwertigeren Wettbewerb Pangea oder in der Oberstufe auch am Bundeswettbewerb Mathematik.

Das Schulprogramm des Gymnasium Adolfinum weist drei Eingangsprofile (Latein-plus, Freiarbeit und Englisch) aus, in die der Mathematikunterricht angemessen einfügt. In Freiarbeitsklassen wählen die Schülerinnen und Schüler in einigen Wochenstunden selbst aus, an welchen Materialien welchen Faches sie arbeiten möchten. Zu diesem Zweck wurden durch die Fachkonferenz zahlreiche Freiarbeitsmaterialien erstellt, damit die Phasen dieses freien Lernens inhaltlich schlüssig auf den Fachunterricht aufbauen. Die Bereitstellung der Materialien wird durch die Fachlehrkraft der entsprechenden Klasse inhaltlich angemessen organisiert.

Im Sinne der Präambel des Schulprogramms, woraus unter 1.3 hervorgeht, dass Selbstständigkeit und Verantwortung, Solidarität und Hilfsbereitschaft, Empathie und Achtung voreinander im täglichen Umgang gelebt werden müssen, organisieren die Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer für jüngere Schülerinnen und Schüler durch gezielte Ansprache z.B. in den Leistungskursen der Oberstufe Nachhilfe durch ältere Schülerinnen und Schüler.

## **Unterrichtsvorhaben**

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können. Die entsprechende Umsetzung

erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene. Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich. Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ empfehlenden Charakter.

## Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 15 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mehrstufige Zufallsexperimente</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>



<b>Einführungsphase Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Koordinatisierungen des Raumes</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vektoren und Vektoroperationen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>
<b><u>Summe Einführungsphase: 84 Stunden</u></b>	

<b>Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfelder:</b> Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 15 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Integralbegriffs</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehungen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Skalarprodukt</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>
<b>Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 75 Stunden</b>	

<b>Qualifikationsphase (Q2) – GRUNKURS</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p><b>Thema:</b> Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stochastische Prozesse</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 15 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>
<b>Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 60 Stunden</b>	

<b>Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfelder:</b> Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Integralbegriffs</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Skalarprodukt</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden)</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IX:</u></p> <p><b>Thema:</b> Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-X:</u></p> <p><b>Thema:</b> Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-XI:</u></p> <p><b>Thema:</b> Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 5 Std</p>	
<b>Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 121 Stunden</b>	



<b>Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 20 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Normalverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Testen von Hypothesen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>

<b>Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stochastische Prozesse</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 15 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen)</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 15 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verknüpfung aller Kompetenzen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 10 Std.</p>	
<b>Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 100 Stunden</b>	

## Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

<b>E-Phase</b>		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	12
III	E-A3	12
IV	E-S1	9
V	E-S2	9
VI	E-A4	12
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	Summe:	84
<b>Q1 Grundkurse</b>		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	9
II	Q-GK-A2	15
III	Q-GK-A3	9
IV	Q-GK-A4	12
V	Q-GK-G1	9
VI	Q-GK-G2	6
VII	Q-GK-G3	6
VIII	Q-GK-G4	9
	Summe:	75
<b>Q2 Grundkurse</b>		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-S1	6
II	Q-GK-S2	9
III	Q-GK-S3	9
IV	Q-GK-S4	15
V	Q-GK-A5	9
VI	Q-GK-A6	12
	Summe:	60

<b>Q1 Leistungskurse</b>		
<b>Unterrichtsvorhaben</b>	<b>Thema</b>	<b>Stundenzahl</b>
I	Q-LK-A1	10
II	Q-LK-A2	20
III	Q-LK-A3	10
IV	Q-LK-A4	20
V	Q-LK-G1	10
VI	Q-LK-G2	10
VII	Q-LK-G3	10
VIII	Q-LK-G4	10
IX	Q-LK-S1	6
X	Q-LK-S2	10
XI	Q-LK-S3	5
	Summe:	121
<b>Q2 Leistungskurse</b>		
<b>Unterrichtsvorhaben</b>	<b>Thema</b>	<b>Stundenzahl</b>
I	Q-LK-A5	20
II	Q-LK-A6	20
III	Q-LK-S4	10
IV	Q-LK-S5	10
V	Q-LK-S6	15
VI	Q-LK-G5	15
VII	Q-LK-G6	10
	Summe:	100

## Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

**Thema:** Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen
- beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen
- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)

##### **Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden.

Die Eigenschaften der verschiedenen Funktionen können durch die Nutzung des Taschenrechners analysiert werden.

Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht.

*Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien erfolgen, also zunächst über die Sinusfunktion. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.*

Aufgrund der thematischen Reihenfolge im eingeführten Schulbuch ist es sinnvoll, bereits innerhalb dieses Unterrichtsvorhabens allgemein „ganzrationale Funktionen“ zu betrachten (Symmetrieeigenschaften, Nullstellenbestimmung, Lösen von Polynomgleichungen (s. inhaltsbezogenen Kompetenzen)). Die Fortsetzung erfolgt im Unterrichtsvorhaben A4.

Einem erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf kann durch ein individuelles Zusatzangebot begegnet werden.

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum<ul style="list-style-type: none"><li>... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle</li><li>... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li></ul></li></ul> |  |
|---|--|

**Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext</li> <li>• erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate</li> <li>• deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten</li> <li>• deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung</li> <li>• beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)</li> <li>• leiten Funktionen graphisch ab</li> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Argumentieren (Vermuten)</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Vermutungen auf</li> <li>• unterstützen Vermutungen beispielgebunden</li> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur</li> </ul>	<p>Für den Einstieg werden verschiedene Kontexte zu durchschnittlichen Änderungsraten empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung).  Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.</p> <p>Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt.</p> <p>Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden. Zum Beispiel: Höhenprofil zur Bewertung des Schwierigkeitsgrades von Wanderwegen („Steilheit“).</p> <p>Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.</p> <p>Beschreibung und Interpretation von Graphen in verschiedenen Kontexten (s.o.)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Texte verfassen, Empfehlung: Gleicher Graph in versch. Kontexten</li> <li>• Spezielle Situation im Kontext → Extrema (lokal u. global)</li> </ul>

<p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... grafischen Messen von Steigungen</li> <li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> </ul>	<p>Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.</p>
--	---



## Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate</li> <li>• beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)</li> <li>• leiten Funktionen graphisch ab</li> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> <li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten</li> <li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumen-</li> </ul>	<p>Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Empfehlung: Durch Variation im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die Lernenden eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion. Dabei vermuten sie auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Analyse des Rechenweges werden die Vermutungen erhärtet.</p> <p>Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.</p> <p>Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden. Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen soll durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere auf Polynomfunktionen vom Grad 3. Hier können sich alle bislang erarbeiteten Regeln bewähren.</p> <p>Ganzrationale Funktionen vom Grad <math>n</math> werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) eingesetzt werden. Zusätzlich werden die</p>

<p>te für Begründungen (<i>Begründen</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>... Darstellen von Funktionen graphisch und als Wertetabelle (Differenzenquotient)</li> <li>... Lösen von Gleichungen</li> <li>... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> </ul> </li> </ul>	<p>Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.</p> <p>Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion wird die Verbindung zu Unterrichtsvorhaben II und zu Unterrichtsvorhaben VI (Thema E-A4) hergestellt.</p>
---	---

## Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• leiten Funktionen graphisch ab</li> <li>• nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion</li> </ul> <p>Wiederholung:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> <li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten</li> <li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an</li> <li>• lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel</li> <li>• verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten</li> <li>• unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich</li> <li>• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf</li> </ul>	<p>Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.</p> <p>Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.</p> <p>Das Lösen von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben wiederholt. Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR sind dazu gegeben.</p> <p>Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p> <p>Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.</p>

Bekanntes) (*Lösen*)

- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

### **Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

## Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

### Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum</li> <li>stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren (Produzieren)</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus</li> <li>wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen</li> </ul>	<p>Einstieg über alltagsbezogenen Anwendungen (z.B. GPS, „Auto im Parkhaus“-Problematik, geographische Koordinaten, Robotersteuerung, Spidercam) und Anknüpfung an bisherige Kenntnisse über das Koordinatensystem der Ebene und Erweiterung zum räumlichen Koordinatensystem.</p> <p>Optional:  Thematisierung anderer Koordinatensysteme (z.B. Polar-, Zylinder- und Kugelkoordinaten), auch als Schülerpräsentationen denkbar.</p> <p>An geometrischen Modellen lernen die Schülerinnen und Schüler ein geeignetes kartesisches Koordinatensystem im Raum zu wählen.</p> <p>Im Verlaufe des gesamten Unterrichtsvorhabens sollen die Schülerinnen und Schüler geometrische Objekte räumlich darstellen – sowohl ohne als auch mit Computerunterstützung (nutzen der Möglichkeiten des Betrachtens aus verschiedenen Blickwinkeln). Mögliche Anwendungskontexte sind Werbeteppeiche bei Fußballübertragungen im Fernsehen oder Parallelprojektionen.</p>

## Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### **Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Einführung des Vektorbegriffs und der Darstellung von Vektoren als n-Tupel und als Pfeil sowohl geometrisch als auch im Anwendungskontext (siehe UV VII).

Im Zusammenhang mit der Addition von Vektoren kann an Kenntnissen aus dem Physikunterricht über Kräfte und Geschwindigkeiten angeknüpft werden (z.B. Flugzeug im Wind, Boot in einer Strömung, Zugkraft auf eine Spidercam durch mehrere Seile, ...). Als Anwendung der Länge von Vektoren können Gesamtgeschwindigkeiten und –kräfte berechnet werden.

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

## Einführungsphase Stochastik (S)

### Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente</li> <li>• simulieren Zufallsexperimente</li> <li>• verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen</li> <li>• stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch</li> <li>• beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>... Generieren von Zufallszahlen</li> <li>... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> <li>... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> </ul> </li> </ul>	<p>Beim Einstieg soll eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele vermieden werden.</p> <p>Zur Modellierung von Wirklichkeit werden regelmäßig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).</p> <p>Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. Dabei werden die Fakultät und der Binomialkoeffizient eingeführt.</p> <p>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</p> <p>Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.</p>

... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	
--	--



## Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
- prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
- bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### • **Modellieren**

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

##### • **Kommunizieren**

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...] (*Rezipieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Einstieg sollte über einen anwendungsorientierten Kontext erfolgen. Hierzu könnten z.B. unterschiedliche Diagnostestverfahren oder Zufallsexperimente zum Ziehen ohne Zurücklegen dienen. Zunächst sollten zusätzlich absolute Häufigkeiten verwendet werden um an die Alltagserfahrungen der Schülerinnen und Schülern anzuknüpfen.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Insbesondere wird in diesem Zusammenhang der Satz von Bayes thematisiert.

Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs  $P(A \cap B)$  von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Aus den Pfadregeln ergeben sich die Bedingungen für stochastische Unabhängigkeit.

## Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

### Thema: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)*

#### Zu entwickelnde Kompetenzen

##### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

##### Prozessbezogene Kompetenzen:

###### **Modellieren**

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

###### **Problemlösen**

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Er-*

#### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

##### **Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“**

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, z.B. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.

An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.

Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funkti-

<p><i>kunden)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>)</li> <li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>)</li> <li>• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>)</li> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p>on verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).</p>
---	--

**Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)</li> <li>beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung</li> <li>verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> <li>beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</li> <li>wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p><b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b></p> <p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.</p> <p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</p> <p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p> <p>Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.</p> <p>Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinaten-</p>

- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### **Werkzeuge nutzen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen  
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

system, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.

## Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Kommunizieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

Der Einstieg kann über die Erkundung 1 im Buch stattfinden (S.50).

Die Schülerinnen und Schüler sollen eigenständig möglichst genaue näherungsweise Berechnungen des Bestands entwickeln, indem sie Flächen nutzen, deren Flächeninhalte bekannt sind (z.B. Quadrate, Rechtecke, Dreiecke, Trapeze, ...). Aus diesen Ergebnissen soll das Prinzip der Ober- und Untersummen entwickelt werden. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.

Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

Das Grenzverhalten der Ober- und Untersumme soll mittels Tabellenkalkulation erforscht und anschließend der Integralbegriff mit der korrekten Schreibweise eingeführt werden.

## Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs</li> <li>• erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)</li> <li>• nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen</li> <li>• bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen</li> <li>• bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge</li> <li>• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate</li> <li>• bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>)</li> </ul>	<p>Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist.</p> <p>❖ Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.</p> <p>Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert.</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino)</p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.</p> <p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen <i>in der Regel</i> sowohl numerisch mit dem GTR als auch hilfsmittelfrei bestimmt.</p>

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
  - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.



## Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - natürliche Exponentialfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*).

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere  $h$  das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle.

Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

**Werkzeuge nutzen***Die Schülerinnen und Schüler*

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
  - ... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

## Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze</li> <li>• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext</li> <li>• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten</li> </ul> </li> <li>• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)</li> <li>• wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an</li> <li>• wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an</li> <li>• bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge</li> <li>• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine</li> </ul>	<p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.</p> <p>In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.</p>

<p>Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>)</li><li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li><li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li><li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li><li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li></ul>	
--	--

## Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

### Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)

#### Zu entwickelnde Kompetenzen

##### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

###### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext

##### Prozessbezogene Kompetenzen:

###### Modellieren

###### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)

#### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema

E-G1 an.

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
  - ... Darstellen von Objekten im Raum

## Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen Ebenen in Parameterform dar</li> <li>untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen</li> <li>berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> <li>stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar</li> <li>beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</li> <li>interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>)</li> <li>nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>)</li> <li>führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> <li>beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und</li> </ul>	<p><i>Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.</i></p> <p><i>In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).</i></p> <p><i>Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.</i></p> <p><i>Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise (Anmerkung: gemeint ist die Kurzschreibweise in Matrix-Form) und mit dem Gauß-Verfahren.</i></p> <p><i>Die Lösungsmengen werden mit dem GTR und hilfsmittelfrei bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die In-</i></p>

<p>Effizienz (<i>Reflektieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>)</li></ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</li></ul>	<p><i>terpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.</i></p>
--	--



## Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden [...]</li> <li>• berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>• berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>)</li> <li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>• verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Pro-</i></li> </ul>	<p>Hinweis: Bei zweidimensionalen Abbildungen (z. B. Fotografien) räumlicher Situationen geht in der Regel die Information über die Lagebeziehung von Objekten verloren. Verfeinerte Darstellungsweisen (z. B. unterbrochene Linien, schraffierte Flächen, gedrehtes Koordinatensystem) helfen, dies zu vermeiden und Lagebeziehungen systematisch zu untersuchen.</p> <p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbstständig solche Darstellungen entwickeln, diese z.B. auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an.</p> <p>Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit kann als Kontext die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugbahnen bzw. Flugobjekten relevant (binnendifferenziert könnte über den Kernlehrplan hinausgehend das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden).</p>

*duzieren)*

- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*)

**Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es</li> <li>• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>)</li> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</p> <p>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.</p> <p>Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.</p>

**Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)*

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)

beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Ein Einstieg mit der Erkundung 1 a)-c), S. 270 im Schulbuch bietet sich an.

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

## Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente</li> <li>• erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten</li> <li>• beschreiben den Einfluss der Parameter <math>n</math> und <math>p</math> auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung</li> <li>• bestimmen den Erwartungswert <math>\mu</math> und die Standardabweichung <math>\sigma</math> von Zufallsgrößen [...]</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>... Generieren von Zufallszahlen</li> <li>... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen</li> </ul> </li> </ul>	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang <math>n</math> und Trefferwahrscheinlichkeit <math>p</math> erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p>Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von <math>n</math> und <math>p</math> ca. 68% der Ergebnisse in der <math>1\sigma</math>-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p> <p>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</p>

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li><li>... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen</li><li>... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)</li></ul> |  |
|--|--|

## Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen</li> <li>• schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>• verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>)</li> </ul>	<p>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment</li> <li>- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette</li> <li>- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße</li> <li>- die Unabhängigkeit der Ergebnisse</li> <li>- die Benennung von Stichprobenumfang <math>n</math> und Trefferwahrscheinlichkeit <math>p</math></li> </ul> <p>Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p>Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.</p> <p><i>Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.</i></p> <p><i>Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.</i></p> <p><b>Achtung! Hier muss das Wahlthema „Von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit schließen“ mit bearbeitet werden!</b></p>

## Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen</li> <li>• verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>)</li> </ul>	<p>Hinweis:  Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</p> <p>Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.</p> <p>Die in der Behandlung der analytischen Geometrie verwendete vereinfachte Schreibweise eines LGS (erweiterte Matrixschreibweise) wird nun weiterentwickelt zum Kalkül „Matrix x Vektor“ und „Matrix x Matrix“.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p> <p>Die Rückrechnung durch Inversion der Übergangsmatrix ist nicht explizit vorgesehen. Durch den GTR wird die Behandlung komplexerer Beispiele mit größeren Systemen (4 x 4, 5 x 5 usw.) möglich.</p>



- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li></ul> |  |
|---|--|

## Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

**Thema:** *Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

#### **Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“**

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, z.B. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

### **Problemlösen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

## Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen</li> <li>• bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)</li> <li>• beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung</li> <li>• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> <li>• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</li> <li>• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul>	<p><b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b></p> <p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.</p> <p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</p> <p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p> <p>Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzzahliger Funktionen entwickelt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen</p>

- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### **Werkzeuge nutzen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
  - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.

Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler bietet es sich an, sie selbstständig über die Spline-Interpolation forschen und referieren zu lassen.

## Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Kommunizieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

Der Einstieg kann über die Erkundung 1 im Buch stattfinden (S.50).

Die Schülerinnen und Schüler sollen eigenständig möglichst genaue näherungsweise Berechnungen des Bestands entwickeln, indem sie Flächen nutzen, deren Flächeninhalte bekannt sind (z.B. Quadrate, Rechtecke, Dreiecke, Trapeze, ...). Aus diesen Ergebnissen soll das Prinzip der Ober- und Untersummen entwickelt werden. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.

Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden. Das Grenzverhalten der Ober- und Untersumme soll mittels Tabellenkalkulation erforscht und anschließend der Integralbegriff mit der korrekten Schreibweise eingeführt werden.

## Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs</li> <li>• erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion</li> <li>• deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen</li> <li>• nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen</li> <li>• begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs</li> <li>• bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen</li> <li>• bestimmen Integrale numerisch [...]</li> <li>• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion</li> <li>• bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> </ul>	<p>Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion <math>J_a</math> eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung). Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs <math>J_a(x+h) - J_a(x)</math> geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.</p> <p>Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.</p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>)</li> <li>• verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>)</li> <li>• erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (<i>Begründen</i>)</li> <li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen [...] digitale Werkzeuge [<i>Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter</i>] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... <ul style="list-style-type: none"> <li>... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse</li> <li>... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals</li> </ul> </li> </ul>	<p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.</p> <p>Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)</p> <p>Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.</p>
--	--



## Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion</li> <li>• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion</li> <li>• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:             <ul style="list-style-type: none"> <li>○ natürliche Exponentialfunktion</li> <li>○ Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis</li> <li>○ natürliche Logarithmusfunktion</li> </ul> </li> <li>• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: <math>x \rightarrow 1/x</math>.</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)(<i>Lösen</i>)</li> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p><i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</i></p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</p> <p>Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.</p> <p>Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere <math>h</math> das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.</p> <p>Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.</p> <p>Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.</p> <p>Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</p>

<p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen ... grafischen Messen von Steigungen</li><li>• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus</li><li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li></ul>	<p>Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis <math>e</math> zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.</p> <p>Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.</p>
---	---

## Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum
- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an
- bestimmen Integrale [...] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht.

Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten wenden die Schülerinnen und Schüler die Produkt- und Kettenregel an.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.

Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.

Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li><li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li><li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li></ul> |  |
|--|--|

## Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

### Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Geraden in Parameterform dar</li> <li>• interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</li> <li>• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.            Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.</p> <p>In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.</p> <p>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche</p>

**Werkzeuge nutzen***Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
  - ... Darstellen von Objekten im Raum

Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

## Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es</li> <li>• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> <li>• bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...]</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.</p> <p>Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden. Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird thematisiert, z.B. im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor).</p> <p>Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.</p> <p>Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen <math>(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0</math> und <math>(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2</math> für die Seitenvektoren <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> eines Parallelogramms.</p> <p>In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.</p>

**Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar</li> <li>stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar</li> <li>deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es</li> <li>stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum</li> <li>bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Argumentieren</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen)</li> <li>nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)</li> <li>überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren)</li> <li>formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)</li> <li>wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)</li> </ul>	<p>Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).</p> <p>Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.</p> <p>Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise (Anmerkung: gemeint ist die Kurzschreibweise in Matrix-Form) und mit dem Gauß-Verfahren.</p> <p>Anschließend wird die Gleichung: <math>\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0</math> betrachtet. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen (<math>\vec{a} = \mathbf{0}</math>) wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet.</p>



Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Parameterform, Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden z.B. in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet.

Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.

## Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</li> <li>untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden [...]</li> <li>berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> <li>bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>)</li> <li>nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>)</li> <li>überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in ange-</li> </ul>	<p>Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.</p> <p>Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an.</p> <p>Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden.</p> <p>Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen.</p>

<p>messenem Umfang (<i>Produzieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)</li><li>• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)</li><li>• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>)</li></ul>	
--	--

## Thema: Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Falls die Reihenfolge der Bausteine bleibt wie im Lehrplanvorschlag des Ministeriums:

Die Berechnung von Abständen und Winkeln geometrischer Objekte wird im Buch im Anschluss an die Behandlung der Geraden und Ebenen dargestellt. Hier wird im Gegensatz zur Schreibweise zur Matrix-Vektor-Schreibweise, welche im vorhergehenden Thema "Von Übergängen und Prozessen" eingeführt und verwendet wurde, wieder die in der analytischen Geometrie praktische Schreibweise der erweiterten Koeffizientenmatrix benutzt. Es bietet sich hier an, das Thema der verschiedenen Schreibweisen (Ähnlichkeiten / Unterschiede, Vorteile / Nachteile) direkt anzusprechen.

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.

Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B. die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsrechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</li> <li>... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen</li> </ul> </li> </ul>	<p>Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.</p> <p>Das Kreuzprodukt findet sich als „Wahlthema“ im Buch, es ist nicht verpflichtend zu unterrichten.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.</p>
---	--

## Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Geraden in Parameterform dar</li> <li>• stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar</li> <li>• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar</li> <li>• untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen</li> <li>• berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> <li>• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> <li>• stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum</li> <li>• bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezept-sammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</p> <p>Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.</p> <p>Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.</p> <p>Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen-(Tangenten-)satz von Euklid.</p> <p>Die Gegenstände dieses Themas können integriert in die jeweiligen Sachthemen unterrichtet werden oder im Rahmen der Abiturvorbereitung</p>

## **Problemlösen**

### *Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

vertiefend wiederholt werden. Das Buch stellt keine Aufgaben explizit für dieses Thema bereit. Geeignetes Übungsmaterial findet sich neben den Themenseiten auch in Abschnitt Abiturvorbereitung Lineare Algebra / Analytische Geometrie auf den Seiten 397-399.

## Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

**Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)

beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ein Einstieg mit der Erkundung 1 a)-c), S. 270 im Schulbuch bietet sich an.

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.



## Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

##### *Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

##### **Werkzeuge nutzen**

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten. (Kumulierte Wahrscheinlichkeiten müssen an dieser Stelle eingeführt werden)

Die Übungen im Schulbuch S. 292-294 (außer Nr. 15) bieten sich an.

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - Generieren von Zufallszahlen
  - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen

**Thema:** *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)*

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- beschreiben den Einfluss der Parameter  $n$  und  $p$  auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
- nutzen die  $\sigma$ -Regeln für prognostische Aussagen
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*)

**Werkzeuge nutzen**

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang  $n$  und Trefferwahrscheinlichkeit  $p$  erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden:

In einer Tabellenkalkulation wird bei festem  $n$  und  $p$  für jedes  $k$  die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von  $n$  und  $p$  entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} .$$

Das Konzept der  $\sigma$ -Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
  - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

**Thema: Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter  $\mu$  und  $\sigma$  auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

**Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.

Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

*Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern  $\mu$  und  $\sigma$  zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktschritten nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)

### **Werkzeuge nutzen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

**Thema: Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse</li> <li>• beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen (<i>Reflektieren</i>)</li> <li>• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> <li>• analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm‘ visualisiert.</p> <p>Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?</li> <li>- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?</li> </ul> <p>Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</p>

- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

### **Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen sie (*Beurteilen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)
- beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit

### **Kommunizieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (*Diskutieren*)



## Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

##### Argumentieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Die in der Behandlung der analytischen Geometrie verwendete vereinfachte Schreibweise eines LGS (erweiterte Matrixschreibweise) wird nun weiterentwickelt zum Kalkül „Matrix x Vektor“ und „Matrix x Matrix“.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Durch den GTR wird die Behandlung komplexerer Beispiele mit größeren Systemen (4 x 4, 5 x 5, usw.) möglich.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li></ul> | erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt. |
|---|--|



**Gymnasium Adolfinum**  
**Grundsätze zur Leistungsbeurteilung im Fach Mathematik**  
**Sekundarstufe II**

**1. Übersicht über die Beurteilungsbereiche**

<b>Gesamtnote</b>	
<b>Klausuren etwa 50 % der Gesamtnote</b>	<b>Sonstige Mitarbeit: etwa 50 % der Gesamtnote</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einführungsphase: 2 Klausuren/ Halbjahr, Dauer: 2 Schulstunden Die letzte Klausur des Schuljahres entspricht der landesweiten Vergleichsklausur</li> <li>• Qualifikationsphase (GK): 2 Klausuren/ Halbjahr, Dauer: 2 Schulstunden</li> <li>• Qualifikationsphase (LK): 2 Klausuren/ Halbjahr, Dauer 4 Schulstunden Die letzte Klausur der Qualifikationsphase wird unter Abiturbedingungen (255 Min.) geschrieben.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• mündliche Mitarbeit (Kontinuität, Qualität, Quantität)</li> <li>• praktische Mitarbeit (z.B. Bearbeitung schriftlicher Aufgaben im Unterricht)</li> <li>• kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit</li> <li>• kurze, schriftliche Überprüfungen</li> <li>• Heftführung und Protokolle einer Einzel- oder Gruppenarbeitsphase</li> <li>• Sonstiges (z.B. Referate, Präsentationen)</li> <li>• Sprachliche und formale Richtigkeit</li> </ul>

**2. Erläuterungen zu den Beurteilungsbereichen**

**2.1. Beurteilungsbereich: Klausuren**

**2.1.1. Hilfsmittelfreiheit und GTR**

Am Gymnasium Adolfinum werden alle Klausuren der SII in zwei Teile geteilt. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten zunächst einen hilfsmittelfreien Teil. Die SuS werden sowohl über den empfohlenen zeitlichen Umfang dieses ersten Teils der Klausur als auch über seinen Anteil an der Gesamtklausur informiert. Nach der Abgabe des hilfsmittelfreien Teils erhalten die SuS mit dem zweiten Klausurteil auch den am Gymnasium einheitlich eingeführten GTR, der sich im Klausurmodus befindet.

**2.1.2. Punkte und Notenvergabe**

Erbrachter Anteil der gestellten Anforderungen in %	unter 20	ab 20	ab 27	ab 33	ab 40	ab 45	ab 50	ab 55	ab 60	ab 65	ab 70	ab 75	ab 80	ab 85	ab 90	ab 95
Bewertung in der E-phase	6	5-	5	5+	4-	4	4+	3-	3	3+	2-	2	2+	1-	1	1+
Bewertung in der Q-phase	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15

**2.1.3. Anforderungsniveau der Klausuren**

Eine Klausur der E-Phase sollte angelehnt an die SI ca. 20 % „leichte“, 60 % „mittlere“ und 20 % „schwere“ Aufgaben enthalten. Für ein sehr gutes Ergebnis müssen auch Teile der anspruchsvollen Aufgaben gelöst sein. Damit werden die Anforderungsniveaus

---

rungsbereiche I bis III den Aufgabenformaten des Zentralabiturs NRW angepasst. Insbesondere während der Q-Phase werden in allen Klausuren die Operatoren entsprechend der durch das MSW veröffentlichten Operatorenliste verwendet.

## **2.2. Beurteilungsbereich: Sonstige Mitarbeit**

### **2.2.1. Mündliche Mitarbeit**

Sie umfasst Beiträge zum Unterrichtsgespräch in Form von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen, auch auf Basis gemachter Hausaufgaben. Hierbei spielt nicht allein die Menge der Beiträge, sondern auch die Qualität eine Rolle. Dabei geht es nicht nur darum, richtige Antworten zu geben, sondern auch um das Stellen von Fragen nach Nichtverstandenen und Unklarem sowie um Fragen, die den Unterricht voranbringen und durch wichtige ergänzende Aspekte vertiefen.

### **2.2.2. Praktische Mitarbeit**

Sie umfasst alle praktischen Tätigkeiten des Schülers, z.B. die schriftliche Bearbeitung von Aufgaben, das Handhaben von Werkzeugen (GTR, ...) oder das Herstellen von Modellen.

### **2.2.3. Kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit**

Hierzu zählen sowohl die auf den jeweiligen Inhalt und die Aufgabenstellung bezogenen Leistungen als auch die Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit und Zuverlässigkeit.

### **2.2.4. Kurze, schriftliche Übungen**

Eine schriftliche Übung („Test“) soll dem Schüler Hinweise über seinen Lernstand geben. Eine schriftliche Übung darf sich nur auf einen begrenzten Stoffbereich im unmittelbaren Zusammenhang mit dem aktuellen Unterricht beziehen. Für die Bearbeitung sollten in der Regel nicht mehr als 15 Minuten benötigt werden. Der Stellenwert einer schriftlichen Übung ist vergleichbar mit einem längeren Beitrag zum Unterrichtsgespräch.

### **2.2.5. Heftführung und Protokolle**

Bei der Heftführung spielt sowohl die äußere Form eine Rolle als auch die Vollständigkeit, z.B. die Übertragung von erarbeiteten Regeln und Beispielen von der Tafel. Dies gilt ebenso für die Protokolle von Gruppenarbeitsphasen.

### **2.2.6. Sonstiges**

Bewertet werden die prozessbezogenen Kompetenzen (kommunizieren, präsentieren, argumentieren etc., vgl. Richtlinien) bei der Bearbeitung von Aufgaben in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit oder am Computer. Voraussetzung hierfür ist, dass der Schüler sein eigenes Unterrichtsmaterial bereithält. Auch Referate und Präsentationen werden in der sonstigen Mitarbeit angemessen berücksichtigt.

### **2.2.7. Sprachliche und formale Richtigkeit**

Die sprachliche Richtigkeit (Ausdruck, Grammatik, Rechtschreibung, Aneignung fachspezifischer Ausdrücke) von mündlichen und schriftlichen Äußerungen wird berücksichtigt. Formale Richtigkeit, z.B. die korrekte Verwendung von Äquivalenzzeichen, wird zwar angestrebt, geht jedoch nur in dem Maße in die Bewertung ein, in dem sie vorher im Unterricht thematisiert wurde. Dabei wird berücksichtigt, dass sich das Verständnis für abstrakte mathematische Strukturen auch im Laufe der Sekundarstufe II weiter entwickeln muss.

---

### **2.3. Grundsätze der Beurteilung**

Mit rein reproduktiven Leistungen kann die Note „ausreichend“ erreicht werden. Bessere Notenstufen setzen eine Erhöhung des Grades an Selbständigkeit und Komplexität sowie der Transferleistung voraus.

Der Fachlehrer nennt und erläutert die Bewertungsaspekte am Anfang des Schuljahres, ein Hinweis darauf wird im Kurs- / Klassenbuch vermerkt. Kriterien der Leistungsbewertung im Zusammenhang mit speziellen Unterrichtsvorhaben wie z. B. offenen Arbeitsformen werden den Schülerinnen und Schülern vor deren Beginn transparent gemacht.

Eine Rückmeldung zum aktuellen Leistungsstand erfolgt mindestens einmal etwa zur Mitte eines Halbjahres in schriftlicher oder mündlicher Form.

---

## Lehr- und Lernmittel

Der schulinterne Lehrplan ist am eingeführten Lehrbuch „Lambacher-Schweitzer“ ausgerichtet, was insbesondere für die Schülerinnen und Schüler mit ihren Eltern der Transparenz über die fachlichen Inhalte während des Schuljahres dient. Für die Kolleginnen und Kollegen wird dadurch eine zuverlässige und schlüssige Verwendung aller Zusatzmaterialien des Verlags ermöglicht.

Über das Lehrbuch hinaus wird in der Jahrgangsstufe 7 für alle Schülerinnen und Schüler ein einheitlicher Taschenrechner (Casio fx 991) angeschafft. Im Sinne einer Vorbereitung auf die hilfsmittelfreien Aufgaben soll der Gebrauch des Taschenrechners während der SI auf das Nötigste wie Kreisberechnungen, Prozentrechnung, Zinsrechnung, usw. beschränkt werden. Im Unterricht der SII wird in Grund- und Leistungskursen der gleiche GTR (TI Nspire CX) verwendet. Der Gebrauch des CAS-Systems z.B. in Leistungskursen wird durch die Fachkonferenz nicht ausgeschlossen. Durch die ähnliche Funktionalität des Nspire-CAS könnte jeder Fachlehrer der Q1 einen Umstieg zum CAS vornehmen. In diesem Fall würden die betreffenden Schülerinnen und Schüler ihren GTR an Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 9 verkaufen können.

Dem Unterrichtsthema angepasst findet Mathematikunterricht auch in den PC-Räumen der Schule, in welchen jedem Schüler und jeder Schülerin ein eigener PC zur Verfügung steht, statt. In diesen Stunden kommen Programme wie Excel und Geogebra angemessen zum Einsatz. Gerade der Einsatz von Geogebra bietet den Schülerinnen und Schülern trotz der bewussten Entscheidung gegen das CAS in der Schülerhand die didaktischen Vorteile eines CAS im erarbeitenden Unterricht. In regelmäßigen schulinternen Fortbildungen, die durch die zwei an der Schule eingesetzten Fachmoderatoren angeboten werden, informieren sich die Kolleginnen und Kollegen über die didaktischen Vorteile dieser Technologie.

## Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Der Mathematikunterricht in der Oberstufe ist in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Insbesondere erfolgt eine Kooperation mit den naturwissenschaftlichen Fächern auf der Ebene einzelner Kontexte. Das Vorwissen aus diesen Kontexten wird aufgegriffen und durch die mathematische Betrachtungsweise neu eingeordnet. Der besonderen Rolle der Mathematik in den Naturwissenschaften soll dadurch Rechnung getragen werden, dass die Erkenntnis von Zusammenhängen mathematisiert werden kann.

Die Zusammenarbeit mit der Fachkonferenz Physik ist nicht zuletzt aufgrund der personellen Überschneidungen besonders eng. Viele Anwendungen der Mathematik werden im Physikunterricht vertiefend eingeübt. Insbesondere geschieht dies bei der Untersuchung von Proportionalitäten, die im Physikunterricht zu Gesetzmäßigkeiten wie zum Hookschen- oder auch Ohmschen-Gesetz führen.

## Qualitätssicherung und Evaluation

Bereits während der Sommerferien tagt die Fachkonferenz erstmalig in jedem Schuljahr. In dieser ersten Sitzung organisieren die Kolleginnen und Kollegen die Übergabe der Lerngruppen. Die Fachlehrerinnen jedes Jahrgangs legen in dieser ersten Sitzung fest, welches Team für welchen Jahrgang der SI die letzte Arbeit des Schuljahres erstellt, die dann im Sinne einer Parallelarbeit von allen Klassen des SI-Jahrgangs über den Stoff des gesamten Schuljahres geschrieben wird.

---

Mit dieser Arbeit sichert die Fachkonferenz eine Vergleichbarkeit der Lerngruppen und stellt am Anfang des Schuljahres jeder Mathematiklehrkraft Informationen über den Leistungsstand der neuen Klassen zur Verfügung.